Məruzədə Koşi nüvəli sinqulyar və hipersinqulyar

$$(S\varphi)(t)=\frac{1}{\pi i}\int_{\gamma_0}\frac{\varphi(\tau)}{\tau-t}d\tau\,,\ (H\varphi)(t)=\frac{1}{\pi i}\int_{\gamma_0}\frac{\varphi(\tau)}{(\tau-t)^2}d\tau\,,\quad t\in\gamma_0=\{t\in C:|t|=1\}$$

inteqral operatorlarının uyğun olaraq $L_2(\gamma_0)$ və $W_2^1(\gamma_0)$ fəzalarında

$$(S_n\varphi)(t)=\frac{1}{\pi i}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\varphi\left(\tau_{2k+1}^{(t)}\right)}{\tau_{2k+1}^{(t)}-t}\Delta\tau_{2k+1}^{(t)},\quad t\in\gamma_0,\quad n=1,2,..$$

və

$$(H_n\varphi)(t)=\frac{1}{\pi i}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\varphi\left(\tau_{2k+1}^{(t)}\right)-\varphi(t)}{\left(\tau_{2k+1}^{(t)}-t\right)^2}\Delta\tau_{2k+1}^{(t)},\quad t\in\gamma_0,\quad n=1,2,..$$

operatorlar ardıcıllığı ilə approksimasiyaları veriləcək, burada $\tau_k^{(t)}=e^{k\theta i}\cdot t$, $\Delta\tau_k^{(t)}=\left(\tau_{k+1}^{(t)}-\tau_{k-1}^{(t)}\right)\frac{\theta}{\sin\theta}$, $\theta=\frac{\pi}{n}$, $k=\overline{0,2n-1}$, $n\in N$. Göstəriləcək ki, bu operatorlar sinqulyar və hipersinqulyar inteqral operatorların əsas xassələrini saxlayır ki, bu da sinqulyar və hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həlli zamanı az hesablama aparmaqla dəqiq nəticələr almağa imkan verir.

Teorem 1. Aşağıdakı münasibətlər ödənilir:

1) $L_2(\gamma_0)$ fəzasında $S_n^2=S^2=I$;

2) $\|S_n\|_{L_2(\gamma_0)\to L_2(\gamma_0)}=\|S\|_{L_2(\gamma_0)\to L_2(\gamma_0)}=1$;

3) İxtiyari $q(t)=\sum_{k=-n+1}^{n-1}\alpha_k t^k$ cəbri çoxhədlisi üçün $S_n(q)=S(q)$;

4) İxtiyari $\varphi\in L_2(\gamma_0)$ üçün $\|S\varphi-S_n\varphi\|_{L_2(\gamma_0)}\le 2E_{n-1}(\varphi;L_2)$.

Teorem 2. Aşağıdakı münasibətlər ödənilir:

1) $\|H_n\|_{W_2^1(\gamma_0)\to L_2(\gamma_0)}\le\|H\|_{W_2^1(\gamma_0)\to L_2(\gamma_0)}=1$;

2) İxtiyari $q(t)=\sum_{k=-n}^{n}\alpha_k t^k$ cəbri çoxhədlisi üçün $H_n(q)=H(q)$;

3) İxtiyari $\varphi\in W_2^1(\gamma_0)$ üçün $\|H\varphi-H_n\varphi\|_{L_2(\gamma_0)}\le 2E_n\left(\varphi;W_2^1\right)$.

Qeyd edək ki, $(R_n\varphi)(t)=\sum_{k=0}^{2n-1}\alpha_k^{(n)}(t)\varphi\left(\tau_k^{(t)}\right)$ şəklində olan operatorların tərsinin tapılması $t=\tau_0^{(t)},\tau_1^{(t)},\ldots,\tau_{2n-1}^{(t)}$ nöqtələrində $(R_n\varphi)(t)=f(t)$ tənliyinə baxmaqla alınan xətti tənliklər sisteminin həllinin tapılmasına ekvivalentdir ki, bu xətti tənliklər sistemini $\left(\varphi\left(\tau_0^{(t)}\right),\varphi\left(\tau_1^{(t)}\right),\ldots,\varphi\left(\tau_{2n-1}^{(t)}\right)\right)$ dəyişənlərinə nəzərən həll edərək $\varphi(t)=\varphi\left(\tau_0^{(t)}\right)$ funksiyasını tapırıq.

Məruzədə Hilbert nüvəli sinqulyar və hipersinqulyar inteqral operatorlar üçün də oxşar approksimasiyalar verilərək bəzi tətbiqləri göstəriləcəkdir.